

1. Nuoripari pitää kirjaa talousmenoistaan. Joka kuukauden viimeisenä päivänä he laskevat, kuinka paljon kuukauden menot ovat olleet. Eräänä vuonna marraskuun lopussa menot olivat olleet keskimäärin 1 651,20 euroa kuukaudessa. Joulukuussa menot olivat 1 814,88 euroa. Mikä oli talousmenojen kuukausikeskiarvo koko vuoden osalta?

$$\sigma = \frac{11 \cdot 1651,2 + 1814,88}{12} = 1664,84 = 1665 \text{ €}$$

2. Rakentaja valaa 5,0 m pitkän ja 5,0 m leveän betonilaatan, jonka paksuus on 10 cm. Hän sekoittaa betonin itse käyttäen ohjetta: sementtiä 1, hiekkaa 5 ja vettä 3 tilavuusosaa. Montako 40 kg:n säkkiä sementtiä hän tarvitsee? Sementin tiheys on tässä 1,34 kg/dm³

$$V = 5 \cdot 5 \cdot 0,1 = 2,5 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{Sementti}} = \frac{1}{9} \cdot V = \frac{1}{9} \cdot 2,5 \text{ m}^3 = 0,2778 \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{sementti}}}$$

$$m = \rho \cdot V_{\text{sementti}} = 1,34 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 277,8 \text{ dm}^3 = 372,252 \text{ kg}$$

$$\text{Säkkejä: } \frac{372,252}{40} = 9,3063 = 10$$

Pyöristys ylöspäin poikkeuksellisesti.

3. Autoilija ajoi ajassa 2 h 40 min matkamittarinsa mukaan 205 km. Matkamittari näytti 5 % todellista matkaa suurempaa lukemaa. Mikä oli autoilijan keskinopeus?

Todellinen matka:

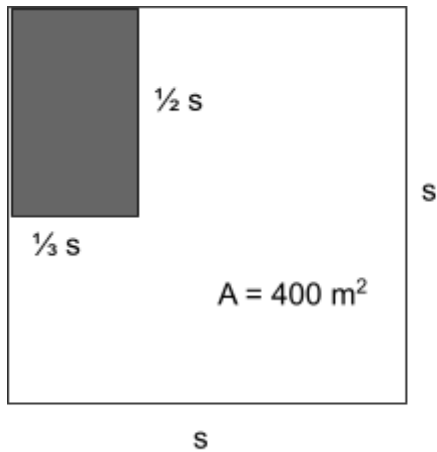
$$x \cdot 1,05 = 205$$

$$x = \frac{205}{1,05} = 195,23 \text{ km}$$

Keskinopeus:

$$v = \frac{195,23 \text{ km}}{2,66 \text{ h}} = 73,205 \text{ km/h} = 73 \text{ km/h}$$

4. Neliön muotoiselle tontille rakennetaan suorakaiteen muotoinen talo, jonka pitempi sivu on puolet tontin sivusta ja lyhyempi kolmasosa tontin sivusta. Piha-aluetta jää tällöin 400 m². Laske tontin ala.



$$A = s^2$$

$$A = 400 \text{ m}^2 + \left(\frac{1}{3}s \cdot \frac{1}{2} \cdot s\right)$$

$$A - 400 \text{ m}^2 = \frac{1}{3}s \cdot \frac{1}{2} \cdot s$$

$$s^2 - 400 \text{ m}^2 = \frac{1}{3}s \cdot \frac{1}{2} \cdot s$$

$$s^2 - \frac{1}{6}s^2 = 400 \text{ m}^2$$

$$\frac{5}{6}s^2 = 400 \text{ m}^2$$

$$s^2 = \frac{6 \cdot 400 \text{ m}^2}{5} = 480 \text{ m}^2$$

5. Erään siemenlajikkeen itämistodennäköisyys on $\frac{2}{3}$. Kuinka monta siementä on vähintään kylvettävä, jotta ainakin 1000 itäisi?

$$x \cdot \frac{2}{3} = 1000$$

$$x = \frac{1000 \cdot 3}{2} = 1500$$

6. Hopean ja kuparin seoksesta tehty esine painaa 150 g, ja sen tiheys on $10,1 \text{ kg/dm}^3$. Kuinka monta painoprosenttia esineessä on hopeaa ja kuinka monta kuparia, kun hopean tiheys on $10,5 \text{ kg/dm}^3$ ja kuparin $9,0 \text{ kg/dm}^3$?

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\rho = \rho_{kupari} + \rho_{hopea} = 10,1 \text{ kg/dm}^3$$

$$m_{kupari} + m_{hopea} = 0,150 \text{ kg}$$

7. Radioaktiivisen aineen määrän havaittiin vuodessa vähentyneen 0,045 %. Mikä on aineen puoliintumisaika?

Merkitään aikaa vuosina muuttujalla t .

Aineen määrä vuoden jälkeen on $100\% - 0,045\% = 99,955\% = 0,99955$

Puoliintumisajan jälkeen aineesta jäljellä $50\% = 0,5$

Muodostetaan yhtälö.

$$0,99955^t = 0,5$$

$$t = \log_{0,99955}(0,5) = 1539,98 = 1540 \text{ vuotta}$$

8. Tuula ajoi polkupyörällä pitkin tietä, jonka varrella oli puhelinpylväitä 50 metrin välein. Tuula huomasi ajavansa 14 sekunnissa puhelinpylväältä toiselle. Millä nopeudella (km/h) Tuula ajoi?

$$v = \frac{50 \text{ m}}{14 \text{ s}} = 3,5714 \text{ m/s}$$

$$v = 3,6 \cdot 3,5714 \text{ m/s} = 12,85 \text{ km/h} = 13 \text{ km/h}$$

9. Kuinka moneen järjestykseen luvut 1, 2, 3 ja 4 voidaan asettaa?

Ajatellaan tilannetta jonona.

Ensimmäiselle paikalle tulee mikä tahansa numeroista (1,2,3,4)

Toiselle paikalle voi tulla vain joku kolmelle jäljelle jääneestä luvusta.

Kolmannelle paikalle tulee jompikumpi jäljellä olevista luvuista.

Viimeiselle paikalle tulee ainoa käyttämätön luku.

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \text{ eri jonoa}$$

10. Neliöllä ja ympyrällä on yhtä suuret pinta-alat. Kuinka monta prosenttia pidempi on neliön piiri kuin ympyrän kehä?

$$A \text{ neliö} = s^2 \quad s = \sqrt{A}$$

$$\text{piiri neliö} = 4s = 4\sqrt{A}$$

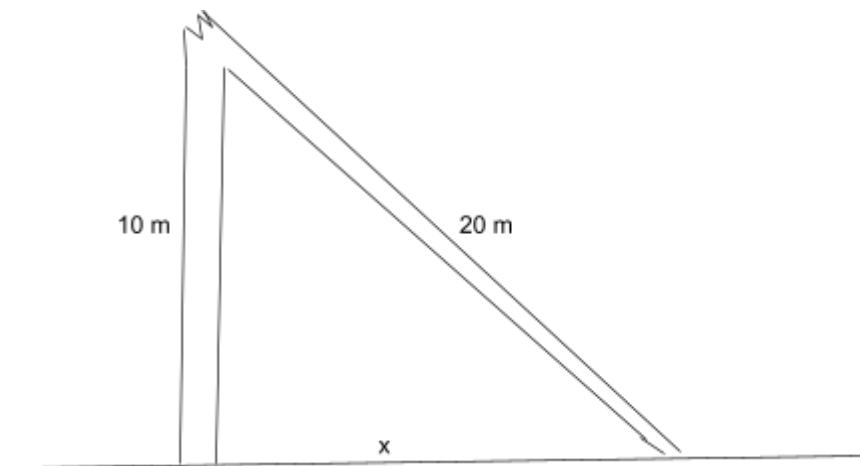
$$A \text{ ympyrä} = \pi \cdot r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

$$\text{kehä ympyrä} = 2\pi r = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

$$\text{Ero prosentteina: } \frac{4\sqrt{A} - 2\pi \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}}}{2\pi \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}}} = 0,1283 = 13 \%$$

11. Puu, jonka korkeus oli 30 metriä, taittui 10 metrin korkeudelta, ja latvaosa kaatui maahan irtoamatta tyviosasta. Kuinka kaukana latva osui maahan?

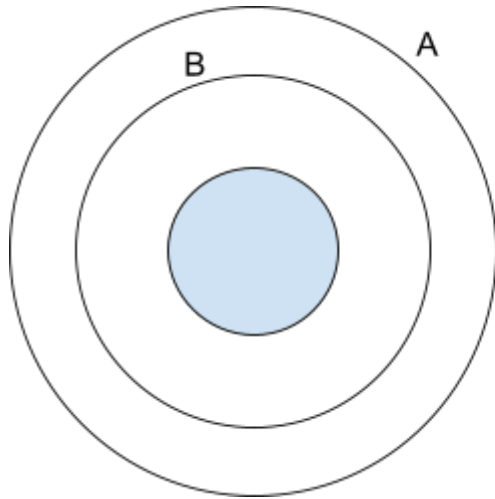


$$20^2 = 10^2 + x^2$$

$$x^2 = 20^2 - 10^2 = 300$$

$$x = 17,320 \text{ m} = 17,3 \text{ m}$$

12. Tekokuut A ja B kiertävät maata ympyränmuotoisilla radoilla. A:n rata on 50 km pitempi kuin B:n rata. Kuinka paljon korkeammalla A on?



Merkitään B:n piiriä muuttujalla p .

A:n piiri on tällöin $p + 50$ km

$$B \text{ piiri} = p = 2\pi \cdot r$$

$$r = \frac{p}{2\pi}$$

$$A \text{ piiri} = p + 50 = 2\pi \cdot r_a$$

$$r_a = \frac{p+50}{2\pi} = \frac{p}{2\pi} + \frac{50}{2\pi} = \frac{p}{2\pi} + 7,9577 \text{ km} = 8,0 \text{ km}$$

13. Kuutio jaetaan kuuteenkymmeneenneljään keskenään samansuuruiseen kuutioon. Mikä on näin muodostuneiden pikkukuutioiden särmän pituus (cm), kun alkuperäisen kuution tilavuus on 1 litra?

$$V \text{ kuutio} = 1 \text{ dm}^3$$

$$V \text{ pieni} = \frac{1 \text{ dm}^3}{64} = 0,15625 \text{ dm}^3$$

$$V \text{ pieni} = s^3$$

$$s^3 = \frac{1 \text{ dm}^3}{64}$$

$$s = \sqrt[3]{\frac{1 \text{ dm}^3}{64}} = \frac{1}{4} \text{ dm} = 0,25 \text{ dm} = 2,5 \text{ cm}$$

14. Budjettia pitää leikata 25 % kuuden vuoden aikana. Kuinka paljon sitä pitää leikata vuosittain kuutena vuotena, kun prosentuaalinen leikkaus halutaan tehdä samansuuruisena joka vuosi?

Merkitään alkuperäistä budjettia muuttujalla x .

Merkitään prosenttikerrointa muuttujalla p .

Kuuden vuoden kuluttua budjettia jäljellä: $0,75x$.

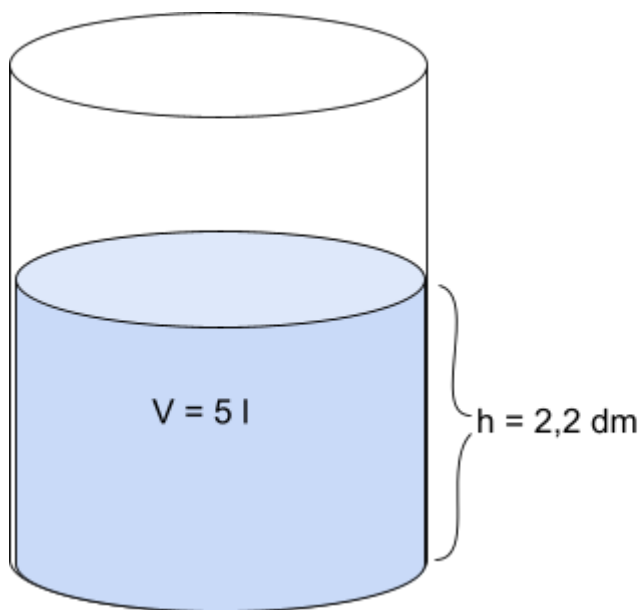
$$p^6 \cdot x = 0,75x$$

$$p^6 = 0,75$$

$$p = \sqrt[6]{0,75} = 0,9531 = 95,31\%$$

Budjetista poistuu siis $100\% - 95,31\% = 4,6815\% = 4,7\%$

15. Suoran ympyrälieriön muotoiseen astiaan kaadetaan 5,0 l vettä. Tällöin veden korkeus astiassa on 22 cm. Laske pohjan halkaisija.



$$V = \pi \cdot r^3 \cdot h$$

$$r^3 = \frac{V}{\pi \cdot h}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi \cdot h}} = \sqrt[3]{\frac{5 \text{ dm}^3}{\pi \cdot 0,22}} = 0,8977 \text{ dm}$$

$$d = 2r = 2 \cdot 0,8977 = 1,7954 \text{ dm} = 17,954 \text{ cm} = 18 \text{ cm}$$

16. Ratkaise yhtälö: $4(x^2) + 9 = -12x$

$$4(x^2) + 9 = -12x$$

$$4(x^2) + 9 + 12x = 0$$

Toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla

$$x = \frac{-3}{2}$$

17. Ville oli pyöräillyt tavanomaisesta 25 kilometrin pituisesta lenkistään 14 km ja käyttänyt siihen aikaa 38 minuuttia. Kuinka monessa minuutissa Villen tulisi ajaa loppumatka päästäkseen tavoitteeseensa, jonka mukaan koko matkan keskinopeuden tulisi olla 23 km/h?

$$v = \frac{x}{t}$$

Tavoiteaika:

$$t = \frac{x}{v} = \frac{25 \text{ km}}{23 \text{ km/h}} = 1,0869 \text{ h}$$

Aikaa jäljellä:

$$t \text{ jäljellä} = 1,0869 \text{ h} - \frac{38}{60} = 0,4536 \text{ h}$$

Minuutteina:

$$0,4536 \text{ h} \cdot 60 = 27,2 \text{ min} = 27 \text{ min}$$

18. Eräissä maissa käytetään lämpötilan mittaamisessa fahrenheit asteikkoa. Fahrenheit mittarin lukema f muunnetaan kaavalla $c = \frac{5}{9}(f - 32)$ celsius mittarin lukemaksi c . Kuinka korkea kuume ihmisellä on fahrenheit asteina, jos lukema celsiusasteina on 38,2?

$$c = \frac{5}{9} \cdot (f - 32)$$

$$c = \frac{5}{9} \cdot f - 17,77778$$

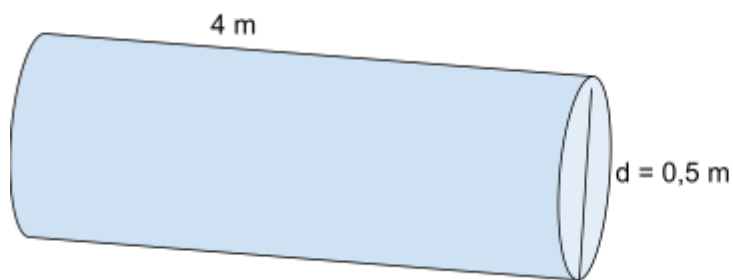
$$c + 17,77778 = \frac{5}{9} \cdot f$$

$$f = \frac{9(c+17,7778)}{5}$$

$$f = \frac{9(38,2+17,7778)}{5} = 100,76\dots = 101 f$$

19. Tuoreen koivutukin pituus on neljä metriä ja sen keskimääräinen halkaisija puoli metriä. Mikä on tukin massa, kun tuoreen koivun tiheys on noin $0,9 \text{ kg/dm}^3$?

Koivutukki voidaan olettaa ympyrälieriöksi, jonka säde on $0,25 \text{ m}$



$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$m = \rho \cdot V$$

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

$$m = \rho \cdot \pi r^2 \cdot h = 0,9 \text{ kg/dm}^3 \cdot \pi \cdot 2,5 \text{ dm}^2 \cdot 40 \text{ dm} = 706,86 \text{ kg} = 710 \text{ kg}$$

20. Mikä on lausekkeen $\frac{ax}{b}$ tarkka arvo, kun $a = 2/5$ ja x on kolmasosa b :stä?

$$x = \frac{1}{3}b$$

$$\frac{\frac{2}{5} \cdot x}{b} = \frac{\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3}b}{b} = \frac{2}{15}$$

